Séquence 10 : Probabilité

I) Expérience aléatoire

I) Expérience aléatoire

Définition

Une expérience aléatoire est une expérience renouvelable dont les résultats possibles sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.

Définition

Une issue (ou éventualité) d'une expérience aléatoire est un résultat possible pour cette expérience.

Définition

Une issue (ou éventualité) d'une expérience aléatoire est un résultat possible pour cette expérience.

Exemple

Cf Activité introductive

II) Les évènements

II) Les évènements

Définition

Un ensemble d'une ou plusieurs issues s'appelle un **évènement**.
Un événement qui ne peut se réaliser est appelé **événement impossible**.
Un événement dont on est sûr qu'il se réalise est appelé **événement certain**.

Remarque

Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

III)Simulation d'expériences aléatoires

Cf Activité introductive

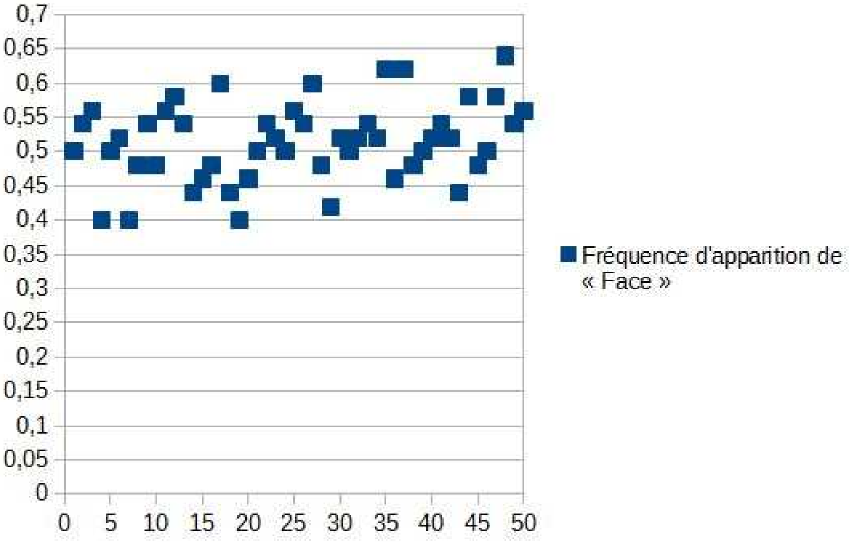
IV) Probabilité

IV) Probabilité

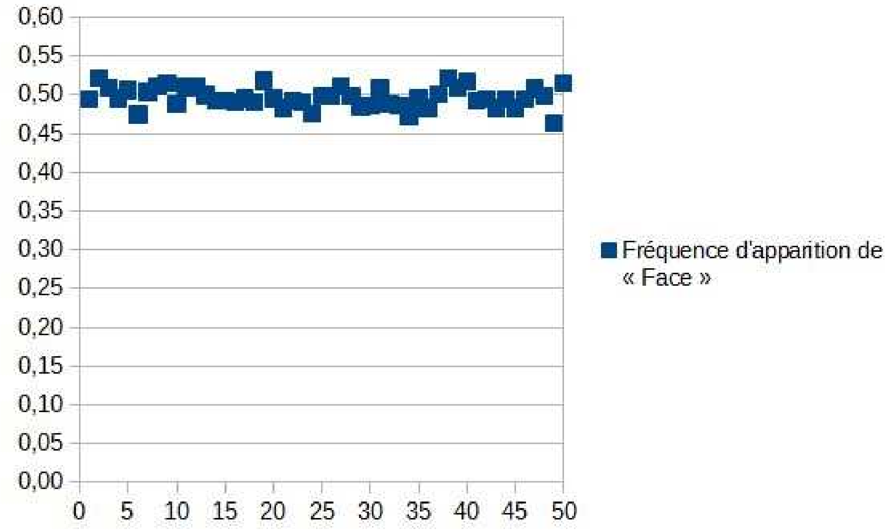
Définition

Lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire de façon indépendante et dans les mêmes conditions, la fréquence de réalisation d'un événement A se rapproche d'une valeur appelée probabilité de l'événement. Elle se note p(A).

Échantillon de taille 50 :



Échantillon de taille 1000 :



V) Déterminer la probabilité d'un événement

Définition

La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui réalisent cet événement.
La probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1.

Exemple

On lance un dé cubique pipé dont les probabilités d'apparition de chaque face sont données dans le tableau suivant.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0.15	0.10	0.25	0.25	0.15	0.10

On considère l'événement A : " Obtenir un nombre pair " .
Déterminer P(A).

Définition

Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont équiprobables (les issues ont toutes des chances identiques de se réaliser) on peut déterminer la probabilité d'un événement A est égale à :

$$\frac{nombre\ d'issues\ qui\ réalisent\ l'événement\ A}{nombre\ total\ d'issues}$$

Définition

Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont équiprobables (les issues ont toutes des chances identiques de se réaliser) on peut déterminer la probabilité d'un événement A est égale à :

$$\frac{nombre\ d'issues\ qui\ réalisent\ l'événement\ A}{nombre\ total\ d'issues}$$

Exemple

Dans une urne composée 7 boules blanches , 3 boules noires.
On tire au hasard une boule, on note la couleur et on la remet dans l'urne.
On considère l'évènement B : "Obtenir une boule blanche".
Déterminer P(B).

Définition

L'événement contraire d'un événement A est l'événement qui se réalise lorsque A ne se réalise pas. On le note $\bar{A}$.

Définition

L'événement contraire d'un événement A est l'événement qui se réalise lorsque A ne se réalise pas. On le note $\bar{A}$.

Exemple

On lance un dé cubique pipé dont les probabilités d'apparition de chaque face sont données dans le tableau.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0.15	0.10	0.25	0.25	0.15	0.10

On considère l'événement C : " Obtenir 2 " . Déterminer $\bar{C}$.

Définition

La somme des probabilités d'un événement et de son événement contraire est égale à 1.

p(A) + p($\bar{A}$) = 1 autrement dit p($\bar{A}$) = 1 - p(A) .

Définition

La somme des probabilités d'un événement et de son événement contraire est égale à 1.

p(A) + p($\bar{A}$) = 1 autrement dit p($\bar{A}$) = 1 - p(A) .

Exemple

On considère l'exemple précédent.
Déterminer P(C) puis en déduire P($\bar{C}$).

VI) Construire et utiliser un arbre de probabilités

VI) Construire et utiliser un arbre de probabilités

Définition

Pour représenter une expérience aléatoire comportant plusieurs épreuves, on peut construire un arbre de probabilités.

VI) Construire et utiliser un arbre de probabilités

Définition

Pour représenter une expérience aléatoire comportant plusieurs épreuves, on peut construire un arbre de probabilités.

Propriétés

- La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.
- La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Exemple

Dans une urne contenant 5 boules, il y a deux boules blanches et 3 boules rouges.
On tire une première boule on note sa couleur puis on la remet dans l'urne.
Ensuite, on tire une seconde boule dans l'urne on note sa couleur et on la remet dans l'urne.
On considère les événements suivants :
B : " On tire une boule blanche. "
R : " On tire une boule rouge. "
1. Calculer la probabilité d'obtenir une boule blanche au 1^{er} tirage.
2. Calculer la probabilité d'obtenir deux boules blanches .
3. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules de la même couleur ?