Séquence 12 : Fonctions affines

I) Définition et notation

Définition :

Une **fonction affine** est une fonction qui ,a un nombre x, associe le nombre $mx + p$.

Si on désigne par f cette fonction, on peut noter $f : x \mapsto mx + p$ ou $f(x) = mx + p$

Exemple :

x				
$f(x)$ =				

II) Représentation graphique d'une fonction affine

Propriétés :

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine $f : x \mapsto mx + p$ est une **droite**.

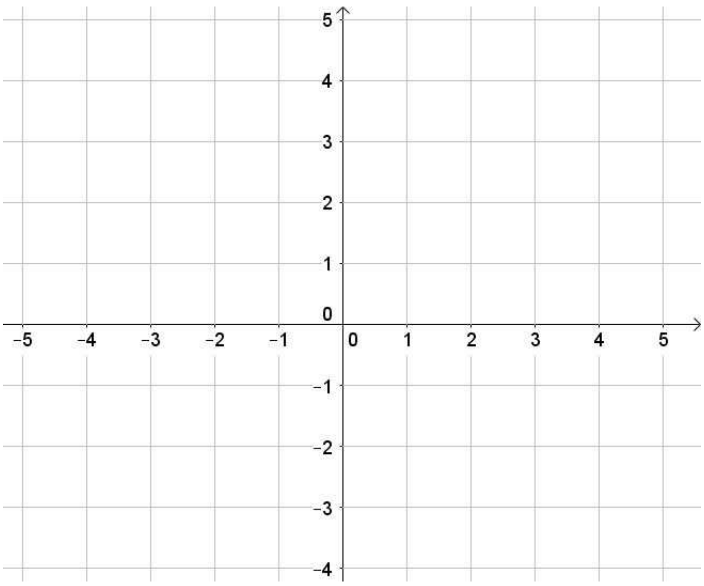
Autrement dit, c'est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; y)$ tels que $y = mx + p$.

La fonction f passe en particulier par le point de coordonnées (0; p).

On appelle m le **coefficient directeur** ou la **pente** de la droite.

Le nombre p est appelé **ordonnée à l'origine** de la droite.

Exemple :



Soit f une fonction linéaire telle que $f(x) = 2x + 1$.
Tracer la courbe représentative de la fonction f .

Propriétés :

m et p désignent deux nombres, f désigne la fonction affine $f : x \to mx + p$.

Les **accroissements** de x et de $f(x)$ sont **proportionnels**.

Le coefficient de proportionnalité est m.

On considère deux points $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ appartenant à la courbe représentative de f.

$$\text{Si } x_A \neq x_B \text{ alors } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Démonstration :

On considère deux points A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) appartenant à la courbe représentative de f tels que
$x_A \neq x_B$,

$$y_B = mx_B + p$$
$$y_A = mx_A + p$$

On soustrait membre à membre :

$$y_B - y_A = mx_B + p - (mx_A + p)$$
$$y_B - y_A = mx_B + p - mx_A - p$$
$$y_B - y_A = mx_B - mx_A$$

On factorise par m dans le membre de droite :

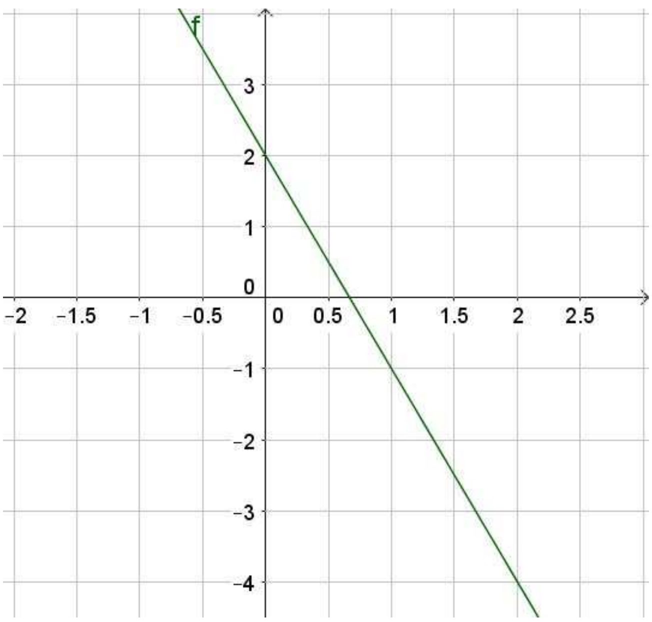
$$y_B - y_A = m(x_B - x_A)$$

On divise par $x_B - x_A$:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Exemple :

Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.



Exemple :

Soit f une fonction affine telle que f(3) = 10 et f(1) = 2.

Déterminer l'expression algébrique de la fonction f.

Méthodologie : Fonctions affines

I) Détermination d'une image par le calcul

f est la fonction affine définie par : $f(x) = 3x + 2$

1) Quelle est l'image de 1 ?

On remplace x par 1 :

$f(1) = 3 \times 1 + 2 = 3 + 2 = 5$. L'image de 1 est 5.

II) Détermination d'un antécédent par le calcul

f est la fonction affine définie par : $f(x) = 3x + 2$

1) Quel est l'antécédent de 14 ?

On résout l'équation $f(x) = 14$:

$f(x) = 14$

$3x + 2 = 14$

$3x + 2 - 2 = 14 - 2$

$3x = 12$

$\dfrac{3x}{3} = \dfrac{12}{3}$

$x = 4$ L'antécédent de 14 est 4. Ainsi, si on remplace x par 4 on retrouvera 14.

III) Appartenance d'un point à la courbe représentative d'une fonction

f est la fonction affine définie par : $f(x) = -3x + 1$

Les points A(2 ; -4) et B(- 1 ; 4) appartiennent-ils à la courbe représentative de la fonction f ?

Pour le point A(2 ; -4) :
On remplace x par 2.

$f(2) = -3 \times 2 + 1 = -6 + 1 = -5$.

Or $-5 \neq -4$ donc le point A de coordonnées (2 ; -4) n'appartient à la courbe représentative de f.

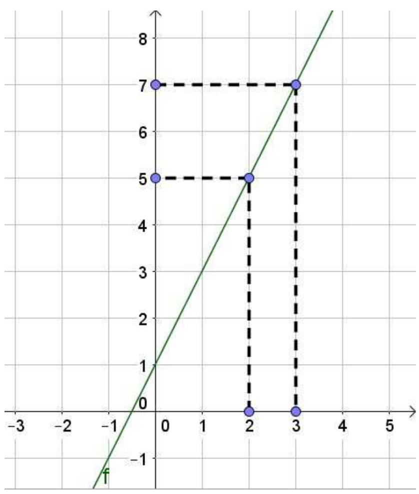
Pour le point B(-1 ; 4) :

On remplace x par -1.

$f(-1) = -3 \times -1 + 1 = 3 + 1 = 4$.

On a bien obtenu 4 donc le point B de coordonnées (-1 ; 4) appartient à la courbe représentative de f.

IV) Détermination graphique d'une image et d'un antécédent



1) Quelle l'image de 2 ?

L'image de 2 est 5 .

Rappel : Un nombre a une seule et unique image.

2) Quel est l'antécédent de 7 ?

L'antécédent de 7 est 3.

Rappel : Un nombre peut avoir plusieurs antécédents.