Séquence 14 : Nombres premiers

I) Diviseurs et multiples

Critères de divisibilité

I) Diviseurs et multiples

Critères de divisibilité Critère de divisibilité par 2 : Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par un chiffre pair (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; ou 8).

I) Diviseurs et multiples

Critères de divisibilité Critère de divisibilité par 2 : Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par un chiffre pair (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; ou 8).

Critère de divisibilité par 3 : Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

I) Diviseurs et multiples

Critères de divisibilité Critère de divisibilité par 2 : Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par un chiffre pair (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; ou 8).

Critère de divisibilité par 3 : Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Critère de divisibilité par 5 : Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par un 0 ou 5.

I) Diviseurs et multiples

Critères de divisibilité Critère de divisibilité par 2 : Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par un chiffre pair (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; ou 8).

Critère de divisibilité par 3 : Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Critère de divisibilité par 5 : Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par un 0 ou 5.

Critère de divisibilité par 9 : Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

I) Diviseurs et multiples

Critères de divisibilité Critère de divisibilité par 2 : Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par un chiffre pair (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; ou 8).

Critère de divisibilité par 3 : Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Critère de divisibilité par 5 : Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par un 0 ou 5.

Critère de divisibilité par 9 : Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Critère de divisibilité par 10 : Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par un 0.

Définition

Définition

Soient a et b entiers relatifs. Si b est non nul, on dit que a est divisible par b ou que a est un multiple de b ou encore que b divise a, s'il existe un entier relatif q tel que $a = bq$. On notera alors $b|a$, et on lit b divise a.

Définition

Soient a et b entiers relatifs. Si b est non nul, on dit que a est divisible par b ou que a est un multiple de b ou encore que b divise a, s'il existe un entier relatif q tel que $a = bq$. On notera alors $b|a$, et on lit b divise a.

Exemple

- Exemple :

II) Nombres premiers

II) Nombres premiers

Définition

II) Nombres premiers

Définition

On appelle nombre premier tout entier positif qui admet exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.

II) Nombres premiers

Définition

On appelle nombre premier tout entier positif qui admet exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.

Exemple

II) Nombres premiers

Définition

On appelle nombre premier tout entier positif qui admet exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.

Exemple

II) Nombres premiers

Définition

On appelle nombre premier tout entier positif qui admet exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.

Exemple

Remarques

II) Nombres premiers

Définition

On appelle nombre premier tout entier positif qui admet exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.

Exemple

Remarques

- 1 n'est pas un nombre premier.
- Il existe une infinité de nombres premiers.

Nombres premiers compris entre 1 et 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Théorème fondamental de l'arithmétique

Théorème fondamental de l'arithmétique

Tout entier strictement supérieur à 1 peut s'écrire comme produit de nombres premiers, cette factorisation est unique à l'ordre près des facteurs.

Théorème fondamental de l'arithmétique

Tout entier strictement supérieur à 1 peut s'écrire comme produit de nombres premiers, cette factorisation est unique à l'ordre près des facteurs.

Exemple

Théorème fondamental de l'arithmétique

Tout entier strictement supérieur à 1 peut s'écrire comme produit de nombres premiers, cette factorisation est unique à l'ordre près des facteurs.

Exemple

Théorème fondamental de l'arithmétique

Tout entier strictement supérieur à 1 peut s'écrire comme produit de nombres premiers, cette factorisation est unique à l'ordre près des facteurs.

Exemple

Méthode

Méthode

Soit N un entier supérieur ou égal à 2. Pour montrer que N est premier, il suffit de montrer que N n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{N}$.

Méthode

Soit N un entier supérieur ou égal à 2. Pour montrer que N est premier, il suffit de montrer que N n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{N}$.

Exemple

41 est il premier ?

$\sqrt{41} \approx 6$. Les nombres premiers inférieurs à 6 sont : 2 , 3 et 5. Parmi ces trois nombres, aucun ne divise 6. Donc 41 est premier.

III) Applications

A) Fractions irréductibles

Définition

A) Fractions irréductibles

Définition

Une fraction est dite irréductible lorsque le numérateur et le dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

A) Fractions irréductibles

Définition

Une fraction est dite irréductible lorsque le numérateur et le dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Exemple

B) PGCD : Plus grand diviseur commun

Définition

Soient a et b deux entiers non tous les deux nuls.
On appelle plus grand commun diviseur, le plus grand entier positif qui divise à la fois a et b. On le note :

$$\text{pgcd}(a\,;\,b).$$

Exemple

Quel est le pgcd de 90 et de 75 ?

C) PPCM : Plus petit commun multiple

Définition

Soient a et b deux entiers non tous les deux nuls.
On appelle plus petit commun multiple, le plus petit entier positif qui soit multiple de a et b. On le note :

$$\text{ppcm}(a\,;\,b).$$

Exemple

Quel est le ppcm de 90 et de 525 ?