

Fiche d'exercice : Calcul littéral

Exercice 1

Développer et réduire les expressions :

$$A = -3(2x + 4)$$

$$B = x(7 - 5x)$$

$$C = -4(3 + y) + 7y$$

$$D = 11y + 9 + 6(7 - 6y)$$

$$E = 5y(2y + 4) - 2y(9y - 8)$$

$$F = y^2 + 2y + 1 + 3y(4y + 1)$$

Exercice 2

Développer et réduire les expressions :

$$A = (1 + x)(x + 2)$$

$$B = (7 - x)(6x + 9)$$

$$C = (3x + 4)(5x - 7)$$

$$D = (-2x + 8)(4 - x)$$

$$E = (8x + 1)(x + 2)$$

$$F = (-9x + 3)(4 - 7x)$$

$$G = (-x - 3)(4 - 4x)$$

$$H = (-6x + 4)(-7x + 2)$$

Exercice 3

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Prendre le carré de ce nombre.
- Ajouter le triple du nombre de départ.
- Ajouter 2.

1. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 6 comme résultat.
2. Quel résultat obtient-on si on choisit -5 comme nombre de départ ?
3. On appelle x le nombre de départ, exprimer le résultat du programme en fonction de x .
4. Montrer que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x + 2)(x + 1)$ pour toutes les valeurs de x .
5. La feuille du tableur suivante regroupe des résultats du programme de calcul précédent.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	$(x + 2)(x + 1)$	6	2	0	0	2	6	12	20	30

- a. Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2 ?
- b. Trouver les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

Exercice 4

1) Développer et réduire les expressions :

$$A = (x + 2)^2$$

$$B = (3a + 4)^2$$

$$C = (4x + 9)^2 + 2x$$

$$D = (5 + 6y)^2 - 8$$

$$E = (t + 8)^2$$

$$F = (2 + 7y)^2$$

$$G = (10x + 1)^2 +$$

$$H = (3z + 3)^2 - 10z$$

2) Montrer que pour tout nombre x ,

$$(2x + 1)^2 - 4 = (2x + 3)(2x - 1)$$

Exercice 5

Développer et réduire les expressions :

$$A = (x - 3)^2$$

$$B = (7 - 2b)^2$$

$$C = x + (2x - 6)^2$$

$$D = (3x - 5)^2 - 28 - 6x$$

$$E = (y - 4)^2$$

$$F = (8x - 1)^2$$

$$G = 11c^2 + (9c - 5)^2$$

$$H = (4x - 4)^2 - 12y$$

Exercice 6

Développer et réduire les expressions :

$$A = (x + 7)(x - 7)$$

$$B = (5y - 2)(5y + 2)$$

$$C = (6 - 8m)(6 + 8m) - 4$$

$$D = (3 - 3t)(3 + 3t) + 9t^2 + 4$$

$$E = (10s + 11)(10s - 11)$$

$$F = (2x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3})$$

$$G = \left(\frac{1}{2} + 3y\right)\left(\frac{1}{2} - 3y\right)$$

$$H = (8 - 2n)(8 + 2n) + 9n^2 + 4$$

Exercice 7

Partie 1 :

1. Développer et réduire l'expression : $(2n + 5)(2n - 5)$ où n est un nombre quelconque.
2. En utilisant la question 1, calculer 205×195 .

Partie 2 :

1. Montrer que $(n-1)(n+1) + 1$ est toujours le carré d'un entier.

Exercice 8

Voici deux programmes de calcul :

Programme A :

Programme B :

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Choisir un nombre• Multiplier ce nombre par 4• Ajouter 8• Multiplier le résultat par 2 |
|---|

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• Choisir un nombre• Ajouter 4• Prendre le carré de la somme obtenue• Soustraire le carré du nombre de départ |
|--|

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1 , ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?
3. Montrer que les deux programmes donnent le même résultat pour n'importe quel nombre choisi au départ.
4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.
 - Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x .
 - Affirmation 2 : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

Exercice 9

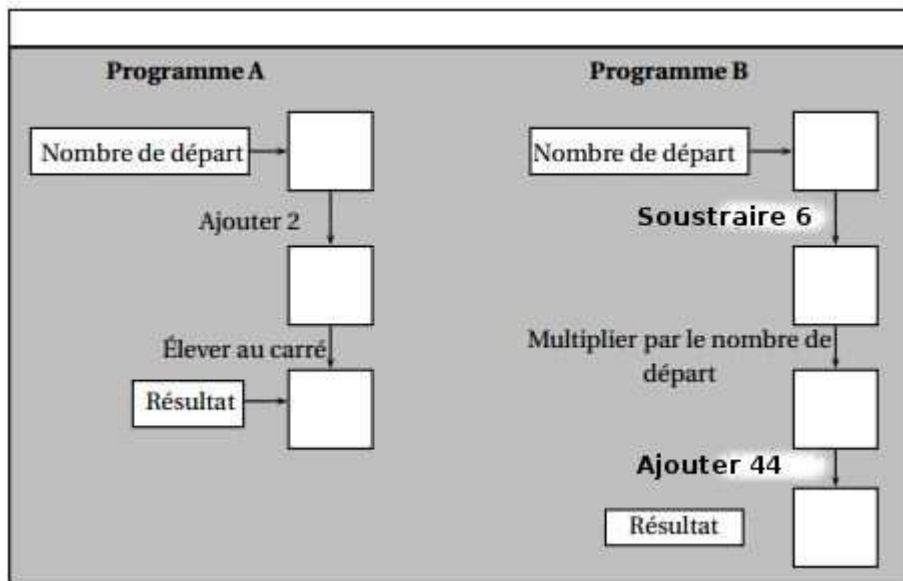
On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none">• Choisir un nombre de départ• Soustraire 1 au nombre choisi• Calculer le carré de la différence obtenue• Ajouter le double du nombre de départ au résultat	<ul style="list-style-type: none">• Choisir un nombre de départ• Calculer le carré du nombre choisi• Ajouter 1 au résultat

1. Montrer que, lorsque le nombre choisi est 3, le résultat obtenu avec le programme A est 10.
2. Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on avec le programme B ?
3. Lorsque le nombre de départ est -2 , quel résultat obtient-on avec le programme A ?
4. Henri prétend que les deux programmes de calcul fournissent toujours des résultats identiques. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Exercice 10

On propose les deux programmes de calcul suivants :



Partie 1

1. Montrer que si on choisit 4 comme nombre de départ, les deux programmes donnent 36 comme résultat.
2. Ysah prétend que, pour n'importe quel nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat. Jules pense le contraire. Qu'en pensez-vous ? Justifier votre réponse.

Partie 2

La feuille du tableur suivante regroupe des résultats des programmes de calcul précédent.

	A	B	C	D
1	Nombre de départ	-1	0	2
2	Programme A	1	4	16
3	Programme B	51	44	36

1. Quelle formule a été écrite dans la cellule C2 ?
2. Quelle formule a été écrite dans la cellule B3 avant de l'étendre jusqu'à la cellule D3 ?

Exercice 11

Tom doit calculer $3,5^2$.

Pas la peine de prendre la calculatrice, lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
2. Proposer une façon simple de calculer $7,5^2$ et donner le résultat.
3. Julie propose la conjecture suivante : $(n + 0,5)^2 = n(n + 1) + 0,25$
 n est un nombre entier positif.
Prouver que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre n).

Exercice 12

Développer et réduire les expressions :

$$A = (7x + 3) + (9 + 2x)$$

$$B = (-5s + 11) - (6s - 1)$$

$$C = -6(4 - 8x) + (17x - 11)$$

$$D = 2(9t - 8) - (-20 + 15t)$$

$$E = 2(b + 6) + 7(b - 1)$$

$$F = 10(b + 9) - 6(7 - b)$$

$$G = (b^2 + 4) - (3 - 6b^2)$$

$$H = 3(2b + 11) + 5(8 - 3b)$$

Exercice 13

Développer et réduire les expressions :

$$A = (x - 1)(5x + 4) + (3 + x)(x - 2)$$

$$B = (4x - 3)(2x - 5) - (2x + 7)(3x + 1)$$

$$C = 5x(3x + 2) - (x + 7)(2x + 1)$$

$$D = (x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2)$$

$$E = -3y(y + 6) + 7(4y + 2)$$

$$F = (x + 7)(2x - 5) + 8x^2(3x + 2)$$

Exercice 14

Développer et réduire les expressions :

$$A = 4(x + 8)^2$$

$$B = -3y(y - 6)^2$$

$$C = (-2x + 6)(-2x - 6) - 4x^2$$

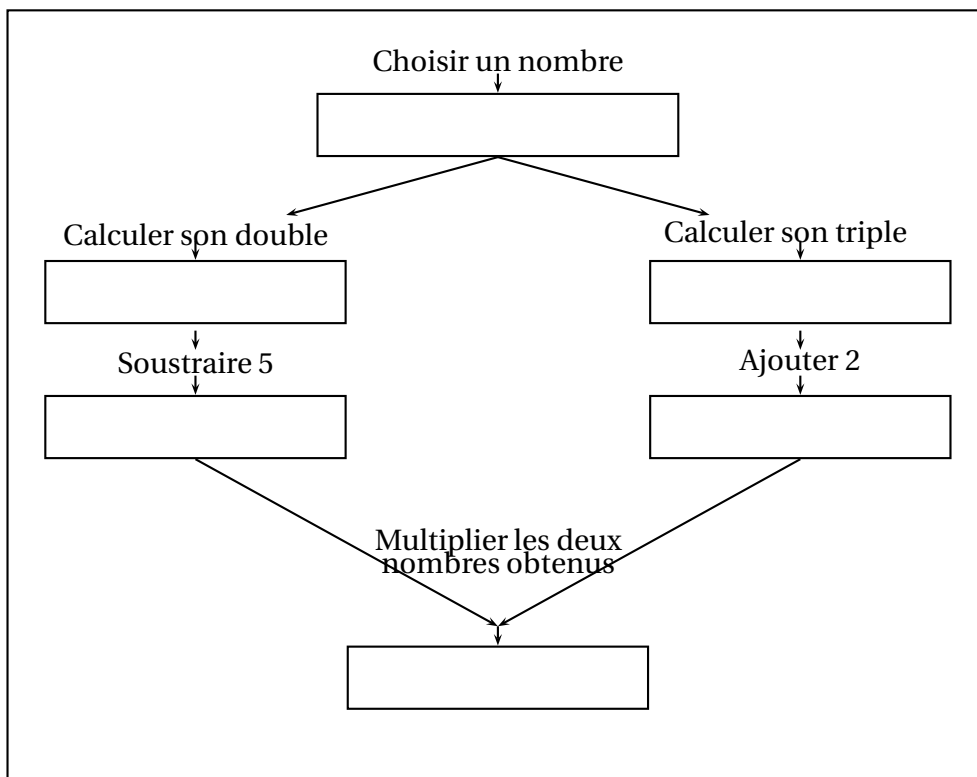
$$D = (x - 2)^2(7x + 1)$$

$$E = (3x - 3)^2(-x - 5) - 2(3x + 1)$$

$$F = \left(\frac{1}{2}x + 3\right)(5 - 9x)$$

Exercice 15

La figure ci-dessous donne un schéma d'un programme de calcul.



1. Si le nombre de départ est 1, montrer que le résultat obtenu est -15 .
2. Si on choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ, parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul ? Justifier.

$$A = (x^2 - 5) \times (3x + 2)$$

$$B = (2x - 5) \times (3x + 2)$$

$$C = 2x - 5 \times 3x + 2$$

3. Lily prétend que l'expression $D = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2)$ donne les mêmes résultats que l'expression B pour toutes les valeurs de x .

L'affirmation de Lily est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 16

Léa pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

1. Étude d'un exemple :

5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.

- a. Calculer $5 \times 7 + 1$.
- b. Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?

2. Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Nombre impair	Nombre impair suivant	Produit de ces nombres impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x + 1$	$2x + 3$	$(2x + 1)(2x + 3)$	$(2x + 1)(2x + 3) + 1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

- a. D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?
- b. Montrer que cet entier est un multiple de 4.
- c. Parmi les quatre formules de calcul tableur suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles? Aucune justification n'est attendue.

Formule 1 : $= (2 * A3 + 1) * (2 * A3 + 3)$

Formule 2 : $= (2 * B3 + 1) * (2 * C3 + 3)$

Formule 3 : $= B3 * C3$

Formule 4 : $= (2 * D3 + 1) * (2 * D3 + 3)$

3. Étude algébrique :

- a. Développer et réduire l'expression $(2x + 1)(2x + 3) + 1$.
- b. Montrer que Léa avait raison: le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.