Travail personnel : Fonction linéaire

Rappel :

→ Quel nombre a pour antécédent 6 veut dire déterminer l'image de 6.

→ Quel nombre a pour image 5 veut dire déterminer l' antécédent de 5.

→ Un point a pour coordonnée $(x; f(x))$

→ Soit f une fonction linéaire tel que $f(x) = mx$, on appelle m le coefficient directeur.

→ Déterminer l'expression d'une fonction signifie déterminer la "formule" de la fonction.

I) Détermination de l'image et l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire.

Méthode 1 : Calculer l'image d'un nombre par une fonction linéaire.

Soit f une fonction linéaire tel que $f(x) = 5x$.
Calculons l'image de 3. On remplace donc x par 3.

$f(3) = 5 \times 3 = 15$.

L'image de 3 est 15.

Exercice

1) $f(x) = -6x$. Calculer l'image de 7.

2) $g(x) = -8x$. Calculer le nombre qui a pour antécédent -2.

3) $h(x) = \frac{1}{2}x$. Calculer l'image de 9.

Méthode 2 : Calculer l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire.

Soit f une fonction linéaire tel que $f(x) = 5x$.
Calculons l'antécédent de 10. Déterminer l'antécédent d'un nombre revient à résoudre une équation .

On sait que, $f(x) = 5x$
On cherche l'antécédent de 10, cela revient à déterminer pour quel x, $f(x) = 10$.

$f(x) = 10$

On remplace $f(x)$ par l'expression algébrique correspondante :

$5x = 10$
$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$
$x = 2$

L'antécédent de 10 est 2, c'est à dire f(2) = 10.

Exercice

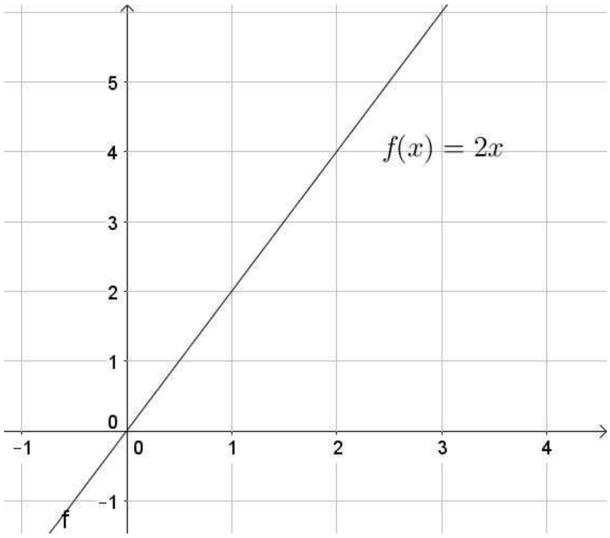
1) $f(x) = 7x$. Déterminer l'antécédent de 21.

2) $g(x) = -3x$. Déterminer le nombre qui a pour image 8.

3) $f(x) = \frac{2}{3}x$. Déterminer l'antécédent de $\frac{4}{5}$.

II) Détermination de l'expression algébrique d'une fonction linéaire.

Méthode 1 : Détermination du coefficient directeur **graphiquement**.

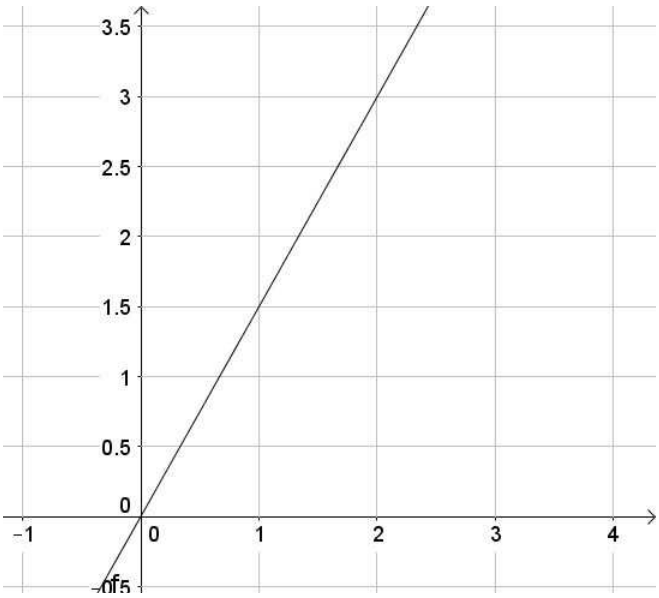


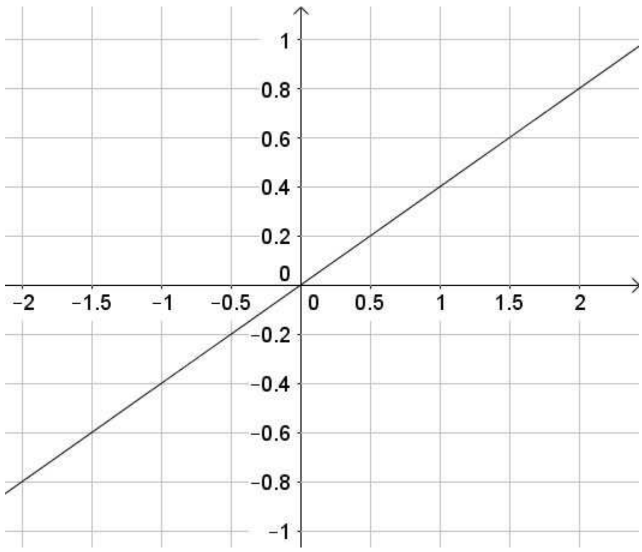
Dans cet exemple, lorsque l'on avance d'une unité on monte de deux unités (et non deux carreaux!) sur l'axe des ordonnées.
Le coefficient directeur est donc de 2.
L'expression algébrique de la fonction est : $f(x) = 2x$
.
On peut également déterminer le coefficient directeur en calculant

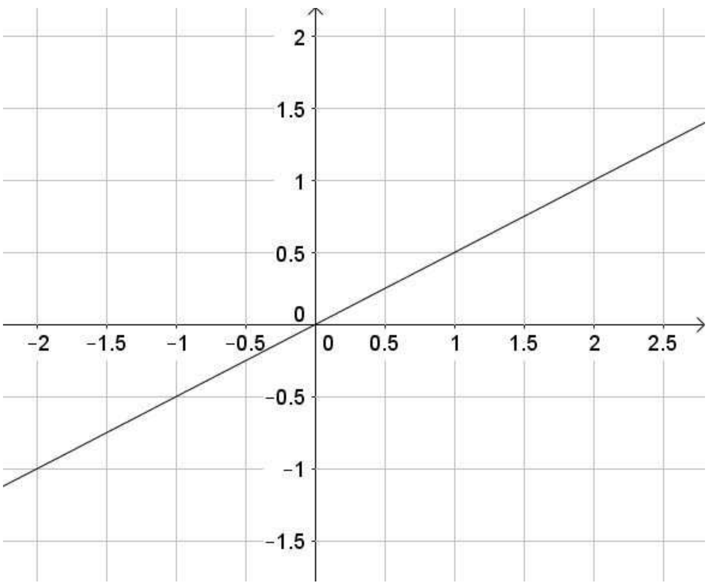
$$m = \frac{différence \quad des \quad ordonnées}{différence \quad des \quad abscisses} = \frac{4}{2} = 2.$$

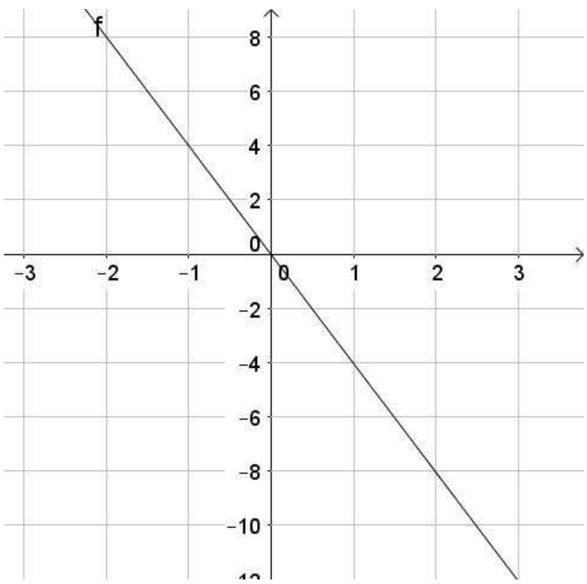
Le coefficient directeur est donc de 2.
On retrouve l'expression algébrique de la fonction f, $f(x) = 2x$.

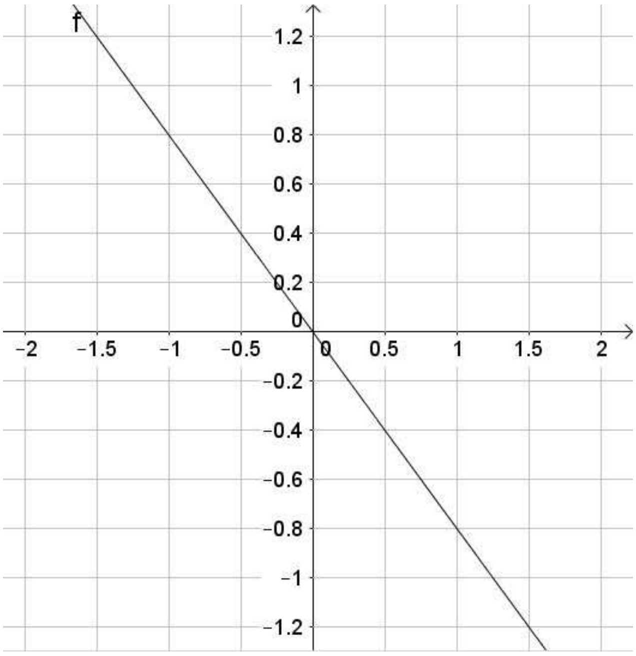
Exercice : Dans chaque cas, déterminer l'expression de chaque fonction. (attention aux échelles des axes)

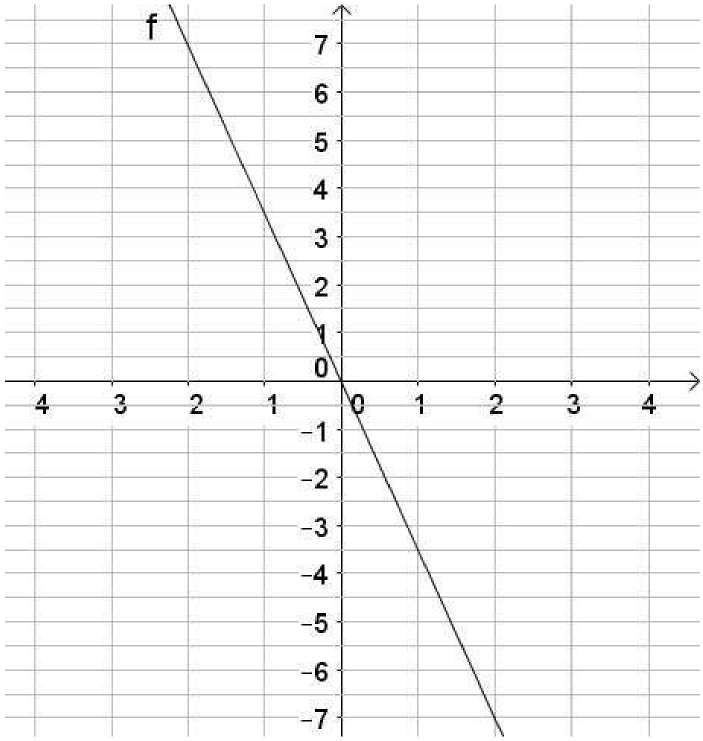


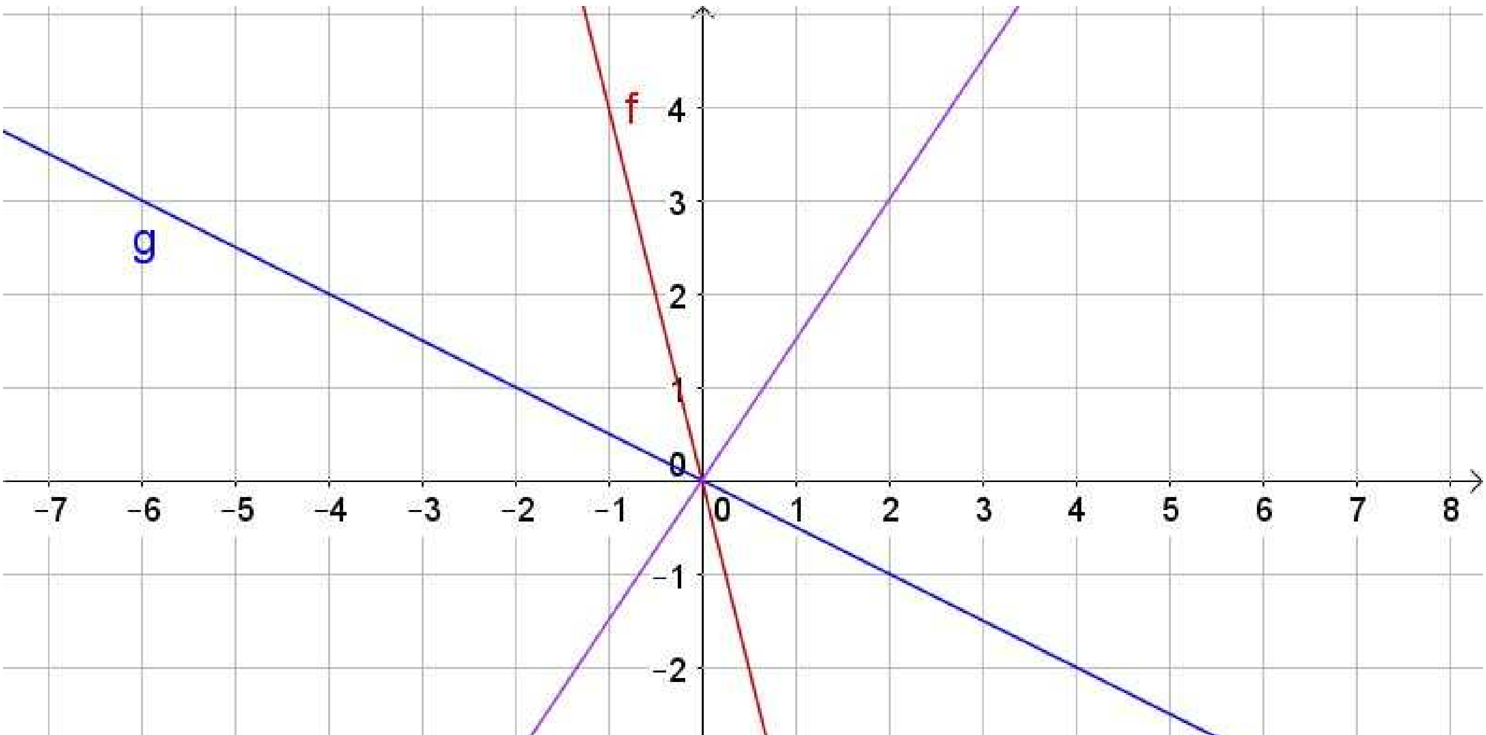












4) Déterminer l' expression de la fonction f. (Utiliser deux points de la représentation graphique de f).

5) Déterminer l' expression de la fonction g. (Utiliser deux points de la représentation graphique de g).

6) Déterminer l' expression de la fonction h. (Utiliser deux points de la représentation graphique de h).

Méthode 2 : Détermination du coefficient directeur par le calcul.

Soit f est une fonction linéaire tel que $f(4) = 8$ et $f(1) = 2$.
f(4) = 8 signifie que la représentation graphique de f passe par le point A(4 ; 8).
f(1) = 2 signifie que la représentation graphique de f passe par le point B(1 ; 2).

Pour déterminer le coefficient directeur on fait le calcul suivant :

$$m = \frac{différence \quad des \quad ordonnées}{différence \quad des \quad abscisses} = \frac{f(x_A) - f(x_B)}{x_A - x_B} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{8-2}{4-1} = \frac{6}{3} = 2$$

L'expression de la fonction est donc $f(x) = 2x$.

1) Soit p est une fonction linéaire tel que $p(6) = 18$ et $p(24) = 72$. Déterminer l'expression de la fonction p.

2) Soit t est une fonction linéaire tel que $t(-2) = 7$ et $t(6) = -21$. Déterminer l'expression de la fonction t.

3) Soit k est une fonction linéaire tel que $k\left(\frac{-1}{2}\right) = 4$ et $k\left(\frac{5}{2}\right) = -20$. Déterminer l'expression de la fonction k.

Bonus) Détermination du coefficient directeur par le calcul) (Résolution d'équation).

Soit f une fonction linéaire tel que f(4) = 16.
Calculons le coefficient directeur m .

On sait que, $f(x) = mx$ car f est une fonction linéaire.

$f(4) = m \times 4 = 4m$

$f(4) = 16$

Des deux égalités précédentes, on en déduit que :

$4m = 16$

$\frac{4m}{4} = \frac{16}{4}$

$m = 4$

L'expression de la fonction f est $f(x) = 4x$.

<u>Exercice</u>

1) f est une fonction linéaire tel que $f(3) = 2$. Déterminer l'expression de la fonction f.

2) g est une fonction linéaire tel que $g\left(\frac{1}{4}\right) = 5$. Déterminer l'expression de la fonction g.

3) h est une fonction linéaire tel que $h(9) = -72$. Déterminer l'expression de la fonction h.