

Fiche d'exercices : Équations

Activité mentale

- 5 est-t-il solution de l'équation $(2x + 1)(x - 2) = 63$?
- Trouver le nombre tel que la somme de 1 et du double du nombre vaut 7.
 - La somme de 5 et du quadruple d'un nombre est égale à 41. Quel est ce nombre?
 - Au triple d'un nombre, on retranche 5 et on trouve 9. Quel est ce nombre?
- La somme de trois entiers consécutifs est égal à 126. Déterminer les trois nombres.
- Le périmètre d'un terrain de football rectangulaire est 330 mètres. Sa largeur mesure 55 mètres. Calculer la longueur de ce terrain.

Exercice 1

Partie A :

Programme A <ul style="list-style-type: none"> Choisir un nombre Multiplier par 6 Ajouter 4 	Programme B <ul style="list-style-type: none"> Choisir un nombre Multiplier par 9 Soustraire 11
---	---

Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	-14	-8	-2	4	10	16	22
3	Résultat du programme B	-38	-29	-20	-11	-2	7	16

- Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C2 à H2, a-t-elle saisie dans la cellule B2?
- Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3?
- Lina pense que pour n'importe quel nombre choisi au départ, les résultats obtenus avec les programmes de calcul sont toujours différents. Qu'en pensez vous?

Partie B :

Programme A <ul style="list-style-type: none"> Choisir un nombre Soustraire 3 Calculer le carré du résultat obtenu 	Programme B <ul style="list-style-type: none"> Choisir un nombre Calculer le carré de ce nombre Ajouter le triple du nombre de départ Ajouter 7
--	--

- Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x .
 - Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$,
 - Écrire le résultat du programme B.
 - Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat? Si oui, lequel?

Exercice 2

Problème 1 (Niveau 1) : Deux élèves Alice et Bertrand ont chacun une calculatrice. Ils choisissent le même nombre sur leur calculatrice. Alice multiplie le nombre par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Bertrand multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 10 au résultat obtenu. Miracle! Ils obtiennent le même résultat! Quel nombre ont-ils choisi au départ?

Problème 1 (Niveau 2) : Deux élèves Alice et Bertrand ont chacun une calculatrice. Ils choisissent le même nombre sur leur calculatrice. Alice multiplie le nombre par -8 puis soustrait 5 au résultat obtenu. Bertrand multiplie le nombre affiché par 10 puis soustrait 2 au résultat obtenu. Miracle! Ils obtiennent le même résultat! Quel nombre ont-ils choisi au départ?

Problème 2 : Alice pense à un nombre, elle lui soustrait 10. Elle élève le tout au carré. Puis, elle soustrait au résultat le carré du nombre de départ. Elle obtient -340. A quel nombre Alice a-t-elle pensé au départ?

Exercice 3

Niveau 1 :

- 1) Cléa : " Mon père a 26 de plus que moi.
Il a aussi le triple de l'âge que j'ai aujourd'hui. "
Quel âge a Cléa?
(On pourra désigner par une lettre l'âge de Cléa.)
- 2) Exercice 52 p 32

Niveau 2 :

- 1) Ex 51 p 32
- 2) Ugo a 14 ans et sa mère 40 ans.
Dans combien d'années l'âge d'Anna sera le double de l'âge d'Ugo?

Exercice 4

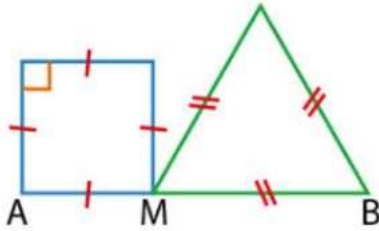


Figure 1

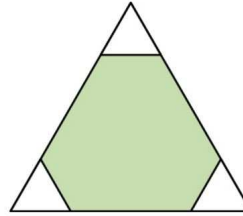


Figure 2

Niveau 1 :

Avec la figure 1 :

- [AB] mesure 10 cm.
On note x la longueur AM.
- 1) Déterminer le périmètre du carré en fonction de x .
 - 2)a. Déterminer la longueur MB en fonction de x
2)b. En déduire le périmètre du triangle équilatéral.
 - 3) Pour quelle valeur de x , le périmètre du carré est égal au périmètre du triangle équilatéral?

Avec la figure 2 :

- Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm.
On note x la longueur du côté d'un petit triangle équilatéral.
- 1)a. Exprimer en fonction de x le périmètre de chaque petit triangle.
1)b. En déduire la somme des périmètres des trois petits triangles.
 - 2)a. Exprimer en fonction de x la longueur de chaque côté de l'hexagone.
2)b. Déterminer le périmètre de l'hexagone.
 - 3) Déterminer la valeur de x pour laquelle la somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone vert.

Niveau 2 :

Avec la figure 1 :

- [AB] mesure 10 cm.
Où placer le point M sur le segment [AB] pour que le carré et le triangle équilatéral aient le même périmètre?

Avec la figure 2 :

- Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm. La somme des périmètres des petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone vert restant. Quelle est la longueur du côté des petits triangles?

Exercice 5

Maïa, nouvelle adhérente d'un club de squash, étudie trois tarifs proposés :

Tarif A : 5.5 € par séance.

Tarif B : Achat d'une carte Privilège à 40 € pour l'année, donnant droit au tarif réduit de 4 € par séance.

Tarif C : Un abonnement de 120 € à l'année pour un nombre de séances illimité .

- 1) Déterminer le nombre de séances pour lequel le Tarif A est égal au Tarif B.
- 2) Déterminer le nombre de séances pour lequel le Tarif A est égal au Tarif C.
- 3) Déterminer le nombre de séances pour lequel le Tarif B est égal au Tarif C.

Exercice 6

Sur une facture de gaz, le montant à payer tient compte de l'abonnement annuel et du prix correspondant au nombre de kilowattheures (kWh) consommés.

Deux fournisseurs de gaz proposent les tarifs suivants :

	Prix du kWh	Abonnement annuel
Tarif A (en €)	0,0609	202,43
Tarif B (en €)	0,0574	258,39

En 2016, la famille de Romane a consommé 17500 kWh. Le montant annuel de la facture de gaz correspondant était de 1268,18 €.

1. Quel est le tarif souscrit par cette famille?

Depuis 2017, cette famille diminue sa consommation de gaz par des gestes simples (baisser le chauffage de quelques degrés, mettre un couvercle sur la casserole d'eau pour la porter à ébullition, réduire le temps sous l'eau dans la douche, etc.).

2. En 2017, cette famille a gardé le même fournisseur de gaz, mais sa consommation en kWh a diminué de 20 % par rapport à celle de 2016.
 - (a) Déterminer le nombre de kWh consommés en 2017.
 - (b) Quel est le montant des économies réalisées par la famille de Romane entre 2016 et 2017?
3. On souhaite déterminer la consommation maximale pour laquelle les deux tarifs sont égaux. Pour cela :
 - on note x le nombre de kWh consommés sur l'année.

$$f(x) = 0,0609x + 202,43 \quad \text{et} \quad g(x) = 0,0574x + 258,39.$$

- (a) A quel tarif correspond la fonction f ? Et la fonction g ?
- (b) Résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$.
- (c) En déduire une valeur approchée au kWh près de la consommation maximale pour laquelle le tarif A est égal au Tarif B.

Exercice 7

Programme 1

Choisir un nombre
Soustraire 4
Elever au carré le résultat
Soustraire 13 fois le carré du nombre de départ
Ajouter 48

1. Vérifier que si on choisit le nombre 7, ce programme donne -580 comme résultat final.
2. Quel nombre obtient-on lorsque l'on choisit -1 comme nombre de départ?
3. Donner l'expression algébrique correspondant au programme A.
4. L'expression $A = (4x - 8)(-3x - 8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné.
On pose $B = (x - 4)^2 - 13x^2 + 48$.
Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .
5. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour obtenir 0?

Exercice 8

1. Dire dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Justifier la réponse.
 - (a) Le nombre 3 est solution de l'équation : $x^2 + 2x - 15 = 0$
 - (b) On note x un nombre relatif. $A = 2x^2 + 9x - 5$
L'expression A est égale au produit de la somme de x et de 5 par la différence entre $2x$ et 1.
2. Résoudre $A = 0$ en choisissant la forme la plus adaptée de A .