Séquence 7 Applications à la dérivation : Fiche d'exercices

Exercice 1

Pour chaque fonction, déterminer les extremums locaux sur leur ensemble de définition.
Pour les fonctions p et q, aidez-vous des affichages du logiciel de calcul formel.

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 1$ $\qquad$ $g(x) = \dfrac{2x+3}{x^2+4}$ $\qquad$ $h(x) = \dfrac{4}{x} + x + 10$

$p(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 6}{x+1}$ (Aide 1) $\qquad$ $q(x) = 2x^3 + 4x^2 + 2x + 4$ (Aide 2)

Un logiciel de calcul formel donne les affichages suivants.

Aide 1 :

```
1 factoriser(deriver((x^2 - 2x + 6)/(x + 1)))
```

$$\frac{(x-2)*(x+4)}{(x+1)^2}$$

M

Aide 2 :

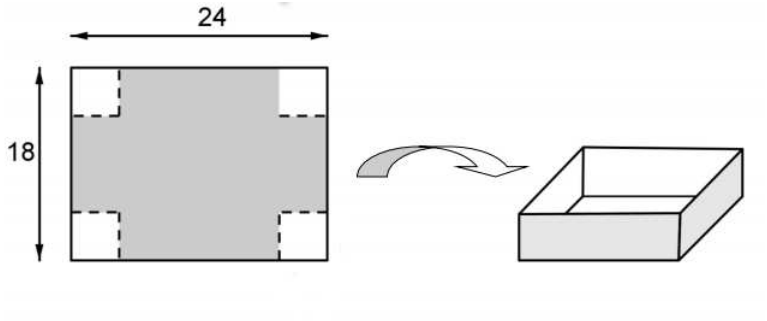
```
2 factoriser(deriver(2x^3 + 4x^2 + 2x + 4))
```

$$2*(x+1)*(3*x+1)$$

M

Exercice 2

Un industriel souhaite fabriquer une boîte sans couvercle à partir d'une plaque de métal de 18 cm de largeur et 24 cm de longueur. Pour cela, il enlève des carrés identiques aux quatre coins de la pièce de métal et relève ensuite verticalement pour fermer les côtés.



1. Déterminer la longueur du côté des carrés pour que la contenance de la boîte soit maximale.
2. Peut-il construire ainsi une boite dont la contenance est supérieure ou égale à 650 cm^3

Exercice 3

Un artisan fabrique des objets. Il ne peut en produire plus de 70 par semaine. Le coût de production, en euro, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0;70]$ par :

$$C(x) = 0.01x^3 - 1.05x^2 + 91x + 225$$

Chaque objet est vendu 80 euros.

1. (a) Quel est le montant des coûts fixes pour cet artisan ?
   (b) Combien lui coûte la production de 25 objets ?
   (c) Vérifier que la fonction C est croissante sur l'intervalle $[0;70]$.
2. Le bénéfice, en euro, qu'il retire de la reproduction et de la vente de x objets, est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0;70]$.
   (a) Exprimer $B(x)$ en fonction de x.
   (b) Vérifier que $B(25) = 0$
3. (a) Étudier les variations de la fonction B sur l'intervalle $[0;70]$
   (b) En déduire le nombre d'objets que l'artisan doit vendre et produire pour gagner de l'argent.
   (c) En déduire le nombre d'objets que l'artisan doit vendre et produire pour que son bénéfice soit maximal.

Exercice 4

Une marque de soda a lancé une vaste campagne de publicité pour promouvoir une nouvelle boisson auprès des jeunes. La fréquence des jeunes connaissant ce nouveau soda est modélisée par la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par :

$$f(t) = \frac{2t+1}{2t+4}$$

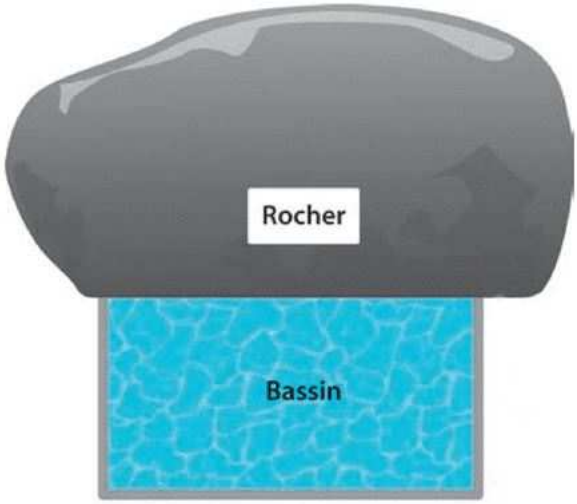
où t désigne le nombre de mois écoulés depuis le début de la campagne.

1. Quel est le pourcentage de jeunes qui connaissent cette boisson au début de la campagne ? Quel est le pourcentage de jeunes qui connaissent cette boisson au bout d'un mois ?
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0.75$. Interpréter le résultat obtenu.
4. Au bout de combien de mois plus de 90 % des jeunes connaîtront-ils cette nouvelle boisson ?

Exercice 5

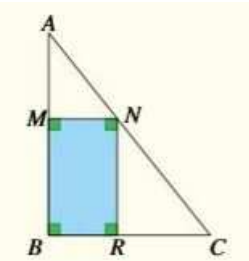
Dans un jardin public se trouve un rocher volumineux ayant un côté plat au pied duquel le responsable du jardin souhaite installer un bassin de forme rectangulaire dont un des côtés sera le rocher et qui pourra accueillir des poissons.

Le schéma ci-contre présente le projet vu de dessus. La bordure du bassin sera constituée de blocs de marbre. Pour que ce futur habitat de poissons offre les meilleures conditions de vie à ses occupants, il a estimé qu'il fallait prévoir une superficie de 80 m^2. Afin de limiter les dépenses en marbre, il voudrait connaître les dimensions que doit avoir le bassin pour que la longueur totale de la bordure soit minimale tout en conservant cette surface de 80 m^2.



Exercice 6

Dans le triangle rectangle ABC, on a AB = 8 cm et BC = 6 cm. R se déplace sur [BC] et engendre un rectangle MNRB conformément à la figure ci-dessous.



1. Quelle position doit occuper R pour obtenir un rectangle d'aire maximale ?
2. Même question pour obtenir un rectangle de périmètre maximal.

Exercice 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-3x^2 + 12x - 12)(x^2 + 2x - 1)$.
En vous aidant des informations suivantes , déterminer les variations de la fonction f.

```
1 factoriser(-12 x³ + 18x² + 30x - 36)
-6 *(x-2) *(x-1) *(2 *x+3)                M
```