Fiche exercice : Fonctions affines

Exercice n° 1

Pour chaque fonction , indiquer si la fonction est une fonction affine. Si oui, indiquer m et p.
Aide : Penser à développer et réduire les expressions avant de conclure.

a) n est une fonction définie par $\mathrm{n}(x) = -3x+6$

b) r est la fonction $x \mapsto 2x$

c) s est une fonction définie par $\mathrm{s}(x) = 5x^2 - 1$

d) t est la fonction $x \mapsto 12$

e) l est une fonction définie par $\mathrm{l}(x) = -2 + x$

f) f est la fonction $x \mapsto 4(2x-5)$

g) g est la fonction définie par $\mathrm{g}(x) = (3x-2)^2 - 9x^2$

h) h est la fonction définie par $\mathrm{h}(x) = (6x-1) - (8x-1)$

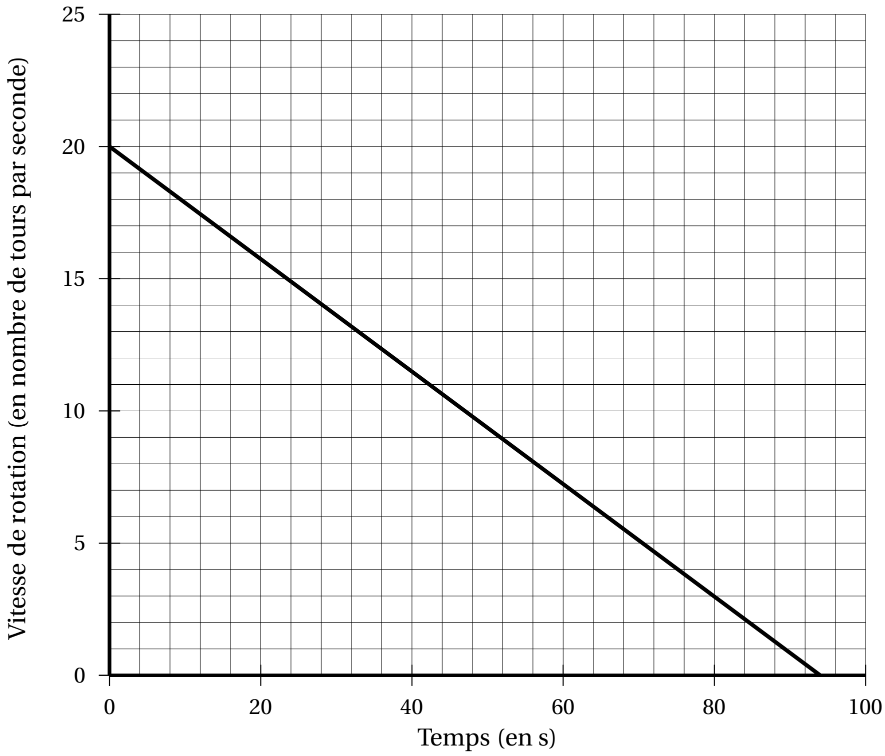
i) u est la fonction définie par $\mathrm{u}(x) = \sqrt{3}x - 2$

j) v est la fonction définie par $\mathrm{v}(x) = \dfrac{-2x+3}{5}$

Exercice n° 2

Le « hand-spinner » est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même.
On donne au « hand-spinner » une vitesse de rotation initiale au temps $t = 0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du « hand-spinner ». Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.
Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

On appelle $V(t)$, cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde. On a représenté ci-dessous la courbe représentative de cette fonction :



1. Le temps et la vitesse de rotation du « hand-spinner » sont-ils proportionnels ? Justifier.
2. Par **lecture graphique**, répondre aux questions suivantes :
   (a) Quelle est la vitesse de rotation initiale du « hand-spinner » (en nombre de tours par seconde) ?
   (b) Quelle est la vitesse de rotation du « hand-spinner » (en nombre de tours par seconde) au bout d'une minute et vingt secondes ?
   (c) Au bout de combien de temps, le « hand-spinner » va-t-il s'arrêter ?
   (d) Déterminer $V(40)$.
   (e) Déterminer l' antécédent de 8 par la fonction V.
   (f) Déterminer le nombre qui a pour antécédent 20 de par la fonction V.

3. Pour calculer la vitesse de rotation du « hand-spinner » en fonction du temps t, notée $V(t)$, on utilise la fonction suivante :

$$V(t) = -0,214 \times t + V_{\text{initiale}}.$$

- t est le temps (exprimé en s) qui s'est écoulé depuis le début de rotation du « hand-spinner » ;
- V_{initiale} est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le « hand-spinner » au départ.

   (a) On lance le « hand-spinner » à une vitesse initiale de 20 tours par seconde.
   Sa vitesse de rotation est donc donnée par la formule :

$$V(t) = -0,214 \times t + 20.$$

   Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 s.

   (b) Au bout de combien de temps le hand-spinner va-t-il s'arrêter ? Justifier par un calcul.

   (c) (Bonus) Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps ? Justifier.

Exercice n° 3

On considère la fonction C telle que $C(x) = 40x + 900$.

1. Déterminer C(120)
2. Déterminer l'antécédent de 4500
3. Déterminer l'image de 200
4. Déterminer x tel que $C(x) = 1700$

Exercice n° 4

1. Dans 3 repères différents , représenter graphiquement chaque fonction affine.

   a) f : $x \mapsto -x+4$

   b) r : $x \mapsto 5x-1$

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x - 3$

   (a) Les points C(-4 ; -11) et D $\left(\frac{8}{3};2.33\right)$ appartiennent-ils à la courbe représentative de g ?

   (b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe représentative de la fonction g avec chacun des axes.

Exercice n° 5

Dans un repère , une droite passe par les points $M(0.2;2)$ et $N(1.4;-4)$.
Parmi les fonctions affines proposées ci-dessous, indiquer celle dont elle est la représentation graphique.

a. $f(x) = 10x$

b. $g(x) = 10x - 18$

c. $h(x) = 3 - 5x$

d. $k(x) = 2 - 3x$

Exercice n° 6

Construire les droites passant par le point A et de coefficient directeur m.

a. $A(-1;2)$; $m = 2$

b. $A(2;3)$; $m = \frac{-1}{2}$

c. $A(3;4)$; $m = -3$

d. $A(1;-3)$; $m = \frac{1}{3}$

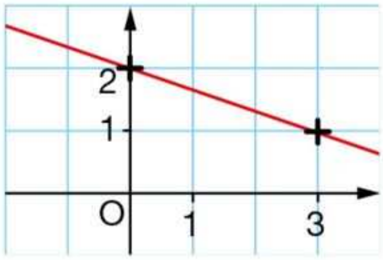
Exercice n° 7

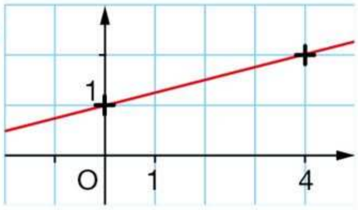
r et s sont les fonctions affines définies par : $r(x) = -5x + 1$ et $s(x) = 2x - 4$

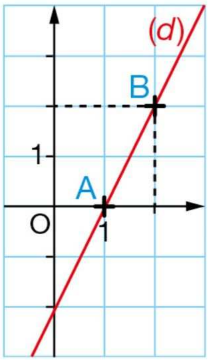
1. Dans un repère, tracer les fonctions r et s.
2. Résoudre graphiquement $r(x) = s(x)$.
3. Résoudre par le calcul l'équation $r(x) = s(x)$.

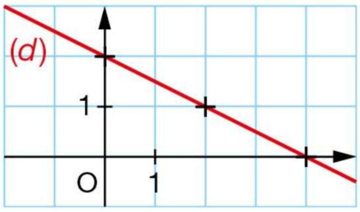
Exercice nº 8

1. Déterminer **graphiquement** l' expression algébrique de chaque fonction.
2. Déterminer **par le calcul** l'expression algébrique de chaque fonction.

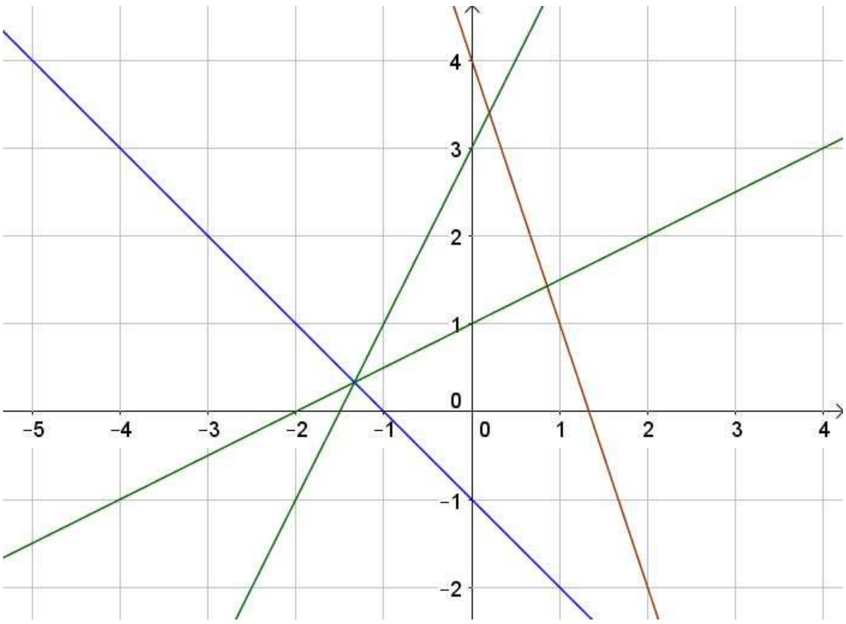








Bonus :



Exercice nº 9

Déterminer l'expression des fonctions affines f, g et h sachant que :

1. $f(-3) = 6$ et $f(3) = -15$

2. $g(2) = 3$ et $g(3) = 5$

3. $h(2) = 1$ et $h(3) = \dfrac{1}{2}$

Exercice nº 10

On se place dans un repère. Indiquer dans chaque cas si les trois points sont alignés.

$A(-3;2)$, $B(3;-2)$ et $C(6;-4)$

$D(0;-1)$, $E(3;11)$ et $F(-3;-12)$

$G(-2;12)$, $H(1;-3)$ et $K(2.53;-10.5)$

Exercice nº 11

Une automobile se déplace sur une portion d'autoroute rectiligne d'un mouvement uniforme.
A une heure, elle passe la borne kilométrique 220 et à 1h45 elle passe devant la borne kilométrique 310.
Écrire l'équation du mouvement pour unités l'heure et le kilomètre.

Exercice nº 12

Déterminer le sens de variation des fonctions affines définies par les expressions suivantes.

1. $f(x) = 2x+3$
2. $f(x) = -4x+5$
3. $f(x) = x+7$
4. $f(x) = 8-x$
5. $f(x) = \sqrt{3}(x-2)$
6. $f(x) = \dfrac{3-2x}{7}$

Exercice nº 13

Soit g la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x-4$.

1. Donner le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
2. Déterminer l'intervalle dans lequel se trouvent les images par g des réels compris entre -2 et 5.

Exercice nº 14

On considère une fonction affine h pour laquelle on dispose du tableau incomplet suivant.

x		1	0	$\frac{1}{3}$	2		47
$h(x)$	20	5			-4	-13	

1. h est - elle une fonction croissante ?
2. Tracer dans un repère la courbe représentative de h.
3. Déterminer l'expression algébrique de h.
4. Compléter le tableau.

Exercice nº 15

Un constructeur automobile fabrique un nouveau modèle de voitures électriques. Le prix de vente $v(x)$ en euros d'un véhicule dépend du nombre de véhicules susceptibles d'être vendus par mois.
Cette fonction s'appelle la fonction d'offre ; elle est définie par $v(x) = 0.5x + 6000$.
Le prix d'achat d'un véhicule dépend du nombre de véhicules d'être achetés par mois.
Cette fonction s'appelle la fonction demande ; elle est définie par $d(x) = -0.375x + 13000$.

1. Quel est le sens de variation de la fonction d'offre ? Quel est celui de la fonction de demande ?
2. On appelle prix d'équilibre le prix pour lequel l'offre est égale à la demande. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection de deux droites et en déduire le point d'équilibre.
3. (Bonus) Représenter dans un repère les fonctions d'offre et de demande en prenant comme unités :
   - Sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 500 véhicules ;
   - Sur l'axe des ordonnées : 1cm pour 1000 euros.
4. (Bonus) Vérifier graphiquement la cohérence de votre réponse à la question 2.

Exercice nº 16

Déterminer le tableau de signes des fonctions affines définies ci-dessous.

1. a. $f(x) = 2x+3$ b. $g(x) = 8-x$ c. $h(x) = x+7$ d. $j(x) = -4x+9$
   e. $i(x) = 3x-6$ f. $p(x) = -5x+8$ g. $k(x) = 2 + \dfrac{x}{3}$ (Bonus) h. $l(x) = \dfrac{x\sqrt{2}-1}{3}$ (Bonus)
2. Pour chacune des fonctions précédentes, donner un nombre réel x_1 dont l'image est positive et un nombre réel x_2 dont l'image est négative.

Exercice nº 17

Construire le tableau de signes de chaque expression.

a. $(6x+1)(x-2)$

b. $(2x-1)(-x+3)$

c. $\dfrac{x-2}{x+7}$ pour tout $x \neq 7$

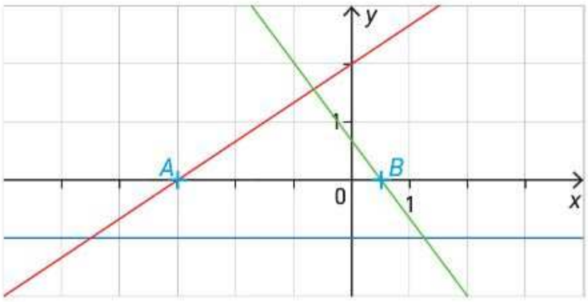
d. $\dfrac{x-4}{9x+5}$

e. $-(x-1)(x+2)$

f. $\dfrac{-2x+10}{3x-2}$ pour tout $x \neq \dfrac{2}{3}$

Exercice nº 18

1. En utilisant le graphique suivant, écrire le tableau de signes de chaque fonction affine représentée.



2. Chaque droite est la représentation graphique d'une des fonctions définies par les expressions suivantes :

   $f(x) = -1$ $g(x) = \dfrac{-4}{3}x + \dfrac{2}{3}$ $h(x) = \dfrac{2}{3}x + 2$

   Associer chaque droite à la fonction qu'elle représente.

3. Donner le sens de variation de chaque fonction.

Exercice nº 19

Dans cas, dresser un tableau de signes pour résoudre les inéquations suivantes.

a. $(2x-5)(-x+1) < 0$

b. $(-8x+3)(2x-1) > 0$

c. $(7-4x)(5x+11) \geqslant 0$

Exercice nº 20

Dans cas, dresser un tableau de signes pour résoudre les inéquations suivantes.

a. $14(x-1)(4x+3) < 0$

b. $x(6x+10) \leqslant 0$

c. $\dfrac{-3x}{3x+4} \geqslant 0$

d. $\dfrac{2x-7}{(x-2)(x-1)} \leqslant 0$

Exercice nº 21

1. Résoudre les inéquations proposées.

   a. $(3x-5)^2 - (x+1)^2 \geqslant 0$

   b. $(2x-1)^2 > (x+3)^2$

   c. $(6x-5)(2x-3) \leqslant (2x-3)(7-x)$

Exercice nº 22

Dans cas, dresser un tableau de signes pour résoudre les inéquations suivantes.

a. $\dfrac{5x+2}{1-3x} \leqslant 0$

b. $\dfrac{-2x-5}{x+2} > 0$

c. $\dfrac{-4x-1}{6x+12} \geqslant 0$

Exercice nº 23

1. (a) Montrer que pour tout nombre réel x différent de -1, $\dfrac{2x-1}{x+1} + 2 = \dfrac{4x+1}{x+1}$

   (b) En déduire la résolution de l'inéquation : $\dfrac{2x-1}{x+1} \geqslant 0$

2. $\dfrac{x^2-25}{2x-9} \geqslant 0$

Exercice Bonus n° 1

Une jeune diplômée reçoit deux offres d'emploi d'agent commercial.
La société F. lui propose un salaire fixe de 1200 € auquel la société ajoutera chaque fin de mois 10 % du montant des ventes qu'elle aura réalisées.
La société G. suit le même modèle avec une part fixe de 1400 € et une part variable égale de 5 % du montant de ses ventes.

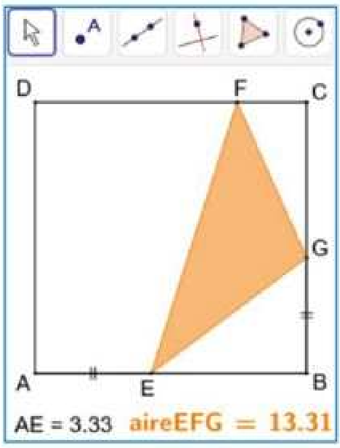
1. Déterminer le montant des ventes en euros pour lequel les deux salaires sont identiques.
2. Quelle société la diplômée aura t-elle intérêt à choisir ?

Exercice Bonus n° 2

Dans un laboratoire un observateur étudie l'évaporation de deux liquides A et B en notant chaque jour la hauteur des liquides dans leurs tubes respectifs. Il déduit de ces relevés les hauteurs $h_A(t)$ et $h_B(t)$ en cm, s'expriment en fonction du temps t, en jours, par les formules $h_A(t) = -0.4t + 6.4$ et $h_B(t) = \dfrac{-2}{3}t + 8$

1. Quelle hauteur de chaque liquide y avait-il au départ, c'est à dire à l'instant $t = 0$?
2. (a) Dans un même repère où 1 cm représente un jour et 1 cm une hauteur de 1 cm, tracer les représentations graphiques respectives de h_A et de h_B en fonction de t.
   (b) Lire sur le graphique les coordonnées du point d'intersection. Interpréter le résultat.
3. Au bout de combien de jours n'y a t-il plus de liquide A dans le tube ? Même question pour le liquide B.

Exercice Bonus n° 3



ABCD est un carré de côté 8. E est un point mobile du côté [AB], F est un point du côté [CD] tel que FC = 2 et G est le point du côté [BC] tel que BG = AE.

1. a) Réaliser la figure avec un logiciel de géométrie en affichant la distance AE ainsi que l'aire du triangle EFG.

b) Conjecturer les positions du point E pour lesquelles l'aire du triangle EFG est supérieure ou égale à 8.

2. On pose $x = \text{AE}$ (avec $0 \leqslant x \leqslant 8$) et on note $\mathscr{A}(x)$ l'aire du triangle EFG.

a) Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,8]$, $\mathscr{A}(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - 7x + 32$.

b) Vérifier que $\mathscr{A}(x) - 8 = \dfrac{1}{2}(x-8)(x-6)$.

c) Démontrer alors la conjecture.