

Activité introductive

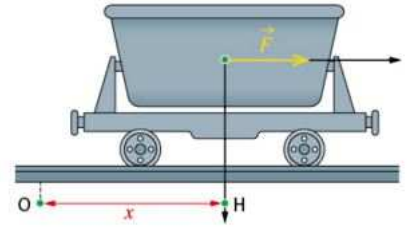
1. Un chariot de 200 kg se déplace sur une voie rectiligne, soumis à une force d'entraînement \vec{F} .

La position du chariot est repérée par la distance y du point H à l'origine O du repère en fonction du temps, exprimé en secondes.

La fonction y vérifie la relation (E) :

$$200y'' + 25y' = 50 \text{ pour } t \geq 0.$$

- (a) Montrer que la fonction f telle que $f(t) = 2t$ est une solution de l'équation différentielle (E).
(b) Montrer que la fonction g telle que $g(t) = 2t - 16 + 16e^{-0.125t}$ est une autre solution de l'équation différentielle (E).



2. On étudie la croissance d'une culture bactérienne en milieu liquide non renouvelé.

Le nombre y de bactéries par millilitre à l'instant t (en secondes) vérifie pour tout $t \geq 0$ la relation (E) :

$$y' = 0.2y$$

- (a) Soit u la fonction définie pour tout $t \geq 0$ par $u(t) = e^{0.2t}$.
Calculer la dérivée de u , puis montrer que la fonction u vérifie la relation (E).
(b) Justifier que la fonction v définie pour tout $t \geq 0$ par $v(t) = 5e^{0.2t}$ est aussi une solution de l'équation (E).
(c) Justifier que la fonction w définie pour tout $t \geq 0$ par $w(t) = 48e^{0.2t}$ est la solution de (E) telle que le nombre de bactéries à l'instant 0 est 48.
(d) Justifier que la fonction z définie pour tout $t \geq 0$ par $z(t) = 536e^{0.2t}$ est la solution de (E) telle que le nombre de bactéries à l'instant 0 est 536.
(e) En déduire la solution générale de l'équation différentielle (E).