Séquence 11 : Fiche d'exercices

Exercice 1

Soit f et g deux fonctions définies sur l'intervalle $[0;5]$ telle que $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$, $\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ et $\int_0^5 g(x)\,\mathrm{d}x = 7$.

1. $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$
2. $\int_0^5 -2f(x)\,\mathrm{d}x$ puis $\int_0^5 -6f(x)-4g(x)\,\mathrm{d}x$
3. Donner la valeur de $\int_6^6 f(x)\,\mathrm{d}x$
4. Calculer $\int_5^2 f(x)\,\mathrm{d}x$

Exercice 2

Partie 1 :

1) $\int_0^3 2x+1\,\mathrm{d}x$ 2) $\int_{-1}^2 0.1x^2+9\,\mathrm{d}x$ 3) $\int_2^5 3x^2-5x+7\,\mathrm{d}x$ 4) $\int_{-4}^8 11\,\mathrm{d}x$

5) $\int_3^5 6x\,\mathrm{d}x$ 6) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos(x)\,\mathrm{d}x$ 7) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} sin(x)+8\,\mathrm{d}x$ 8) $\int_{\frac{3\pi}{4}}^0 3sin(x)+5x^3\,\mathrm{d}x$

9) $\int_{-3}^2 3x^2(x^3+1)^2\,\mathrm{d}x$ 10) $\int_{-4}^{10} (5x+4)^3\,\mathrm{d}x$ 11) $\int_4^8 \frac{-2x}{(x^2+1)^2}\,\mathrm{d}x$ 12) $\int_7^8 \frac{1}{(3x+4)^2}\,\mathrm{d}x$

Partie 2 :

1)a) Soit f la fonction définie sur $]2;+\infty[$ par $f(x) = \frac{-9}{(x-2)^2}$.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

Montrer que la fonction F définie sur $]2;+\infty[$ par $F(x) = \frac{2x+5}{x-2}$ est une primitive de f sur $]2;+\infty[$.

b) Calculer l'aire $\mathscr{A}$, en unité d'aire, de la surface délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.

2)a) Soit G la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = xcos(x)$. Calculer $G'(x)$ pour tout x dans $\mathbb{R}$.

b) En déduire $\int_0^{\frac{\pi}{2}} -xsin(x)+cos(x)\,\mathrm{d}x$

Partie 3 :

Un parachutiste se lance dans un avion. Il effectue une chute libre durant 5 secondes avant d'ouvrir son parachute. Soit t un nombre réel dans l'intervalle $[0;5]$. On considère que la vitesse $v(t)$ du parachutiste, en $m.s^{-1}$, après t secondes de chute est donnée par l'égalité suivante : $v(t) = \int_0^t 9.81\,\mathrm{d}x$

1) Quelle est la vitesse en $m.s^{-1}$ après 3 secondes de chute puis après 5 secondes de chute ?

2) Soit t un nombre réel de $[0;5]$. Déterminer $v(t)$.

Exercice 3

1) $\int_{-4}^2 3e^{3x}\,\mathrm{d}x$ 2) $\int_1^7 -0.5e^{-0.5x}\,\mathrm{d}x$ 3) $\int_{-3}^2 2e^{2x+5}\,\mathrm{d}x$ 4) $\int_{-2}^{-1} 6xe^{3x^2}\,\mathrm{d}x$

5) $\int_3^9 e^{6x}\,\mathrm{d}x$ 6) $\int_4^5 2e^{8x+1}\,\mathrm{d}x$ 7) $\int_0^1 5xe^{x^2}+4\,\mathrm{d}x$ 8) $\int_{-6}^4 8x^2+3e^x\,\mathrm{d}x$

Exercice 4

1) $\int_{7}^{10} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$ 2) $\int_{2}^{3} \frac{1}{x}+7\,\mathrm{d}x$ 3) $\int_{6}^{4} \frac{2}{x}\,\mathrm{d}x$

4) $\int_{10}^{9} 3x+4+\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$ 5) $\int_{5}^{7} \frac{10x+4}{5x^2+4x+3}\,\mathrm{d}x$ 6) $\int_{1}^{8} \frac{2x}{x^2+9}\,\mathrm{d}x$

7)a) Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=ln(x)$.
On considère la fonction F définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x)=xln(x)-x$. Montrer que F est une primitive de f.

b) En déduire $\int_{4}^{11} f(x)\,\mathrm{d}x$

8)a) Soit g la fonction définie sur $]\frac{-8}{5};+\infty[$ par $g(x)=\frac{100}{5x+8}$.
On considère la fonction G définie sur $]\frac{-8}{5};+\infty[$ par $G(x)=20ln(5x+8)$. Montrer que G est une primitive de g.

b) En déduire $\int_{0}^{12} g(x)\,\mathrm{d}x$

Exercice 5

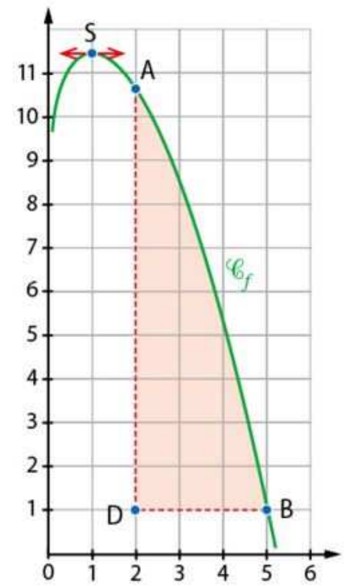
On donne l'expression d'une fonction définie sur un intervalle I. Calculer sa valeur moyenne sur I.

$f(x)=3x^5$ sur $I=[0;2]$ $g(x)=2x^2+x+7$ sur $I=[1;4]$

$h(x)=2\sin(2x+1)$ sur $I=\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$ $s(x)=\cos(4x-6)+8x$ sur $I=\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

Exercice 6

Un ingénieur prépare un plan pour fabriquer la voile d'un petit bateau. Cette voile est représentée en rouge dans le repère orthonormé ci-contre dans lequel l'unité est le mètre. $\mathscr{C}_f$ est la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0.1;5.2]$ par $f(x)=12-0.5x^2+ln(x)$.



1. Montrer que la fonction F définie sur $[0.1;5.2]$ par $F(x)=11x-\frac{1}{6}x^3+xln(x)$ est une primitive de f sur $[0.1;5.2]$.
2. En admettant que f est positive sur $[2;5]$, calculer l'aire du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équation d'équation $x=2$ et $x=5$. Arrondir au dixième de m^2 près.
3. Cette voile est fabriquée dans un tissu ayant une masse de 260 grammes par mètre carré.
   La voile pèsera-t-elle moins de 5 kg ? Justifier la réponse.