Premier entrainement

Parmi les 6 questions suivantes , répondre seulement à 4 parmi les 6. Une mauvaise réponse n'enlève pas de point.

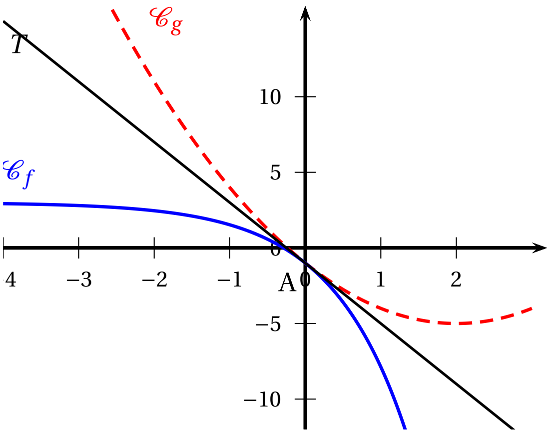
Question 1 :

On considère une fonction f dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ dont la fonction dérivée f' est, donnée, pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[$, par $f'(x) = \dfrac{-3x+2}{x}$.

Étudier le sens de variation de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

Question 2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a + b\mathrm{e}^{x}$, où a et b sont deux nombres réels.
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 4x - 1$.
On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g, tracées dans le repère orthogonal ci-dessous.



1. On admet que les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ont un unique point en commun, noté A d'abscisse 0.
   Calculer $g(0)$, puis en déduire que $a + b = -1$.
2. On admet que les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ont la même tangente T au point A.
   (a) Donner, pour tout réel x, une expression de $g'(x)$ puis calculer $g'(0)$.
   (b) En déduire la valeur de b, puis celle de a.

Question 3 :

Pour chacune des deux questions suivantes, une seule des quatre réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un demi-point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. Le nombre $\log(35)$ est égal à :
   a. $\log(5) \times \log(7)$ **b.** $\log(5) + \log(7)$ **c.** $\log(30) + \log(5)$ **d.** $\log(30) \times \log(5)$
2. Le nombre e^{20} est égal à :
   a. $e^4 \times e^5$ **b.** $e^4 + e^5$ **c.** $e^5 + e^{15}$ **d.** $e^5 \times e^{15}$

Question 4 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 e^x$.

L'affirmation suivante est elle vraie ou fausse? : « La fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$. »

Question 5 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(x^2 + 5x + 4\right) e^x.$$

Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \left(x^2 + 3x + 1\right) e^x$.

1. Déterminer $f(0)$.
2. Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $F'(x) = f(x)$.

Question 6 :

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par $g(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{2x+1}$.

La fonction g est dérivable sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ et sa fonction dérivée est définie sur $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par :

a. $g'(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{2}$

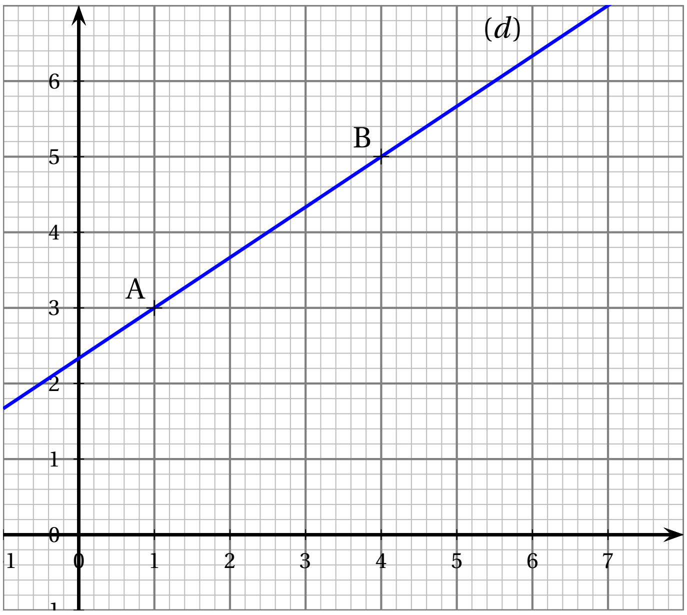
b. $g'(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{(2x+1)^2}$

c. $g'(x)=\dfrac{(2x+3)\mathrm{e}^x}{(2x+1)^2}$

d. aucune des réponses précédentes

Bonus 1 :

Soit (d) la droite passant par les points A(1 ; 3) et B(4 ; 5).



La proposition suivante est-elle vraie ou fausse ? : le point C(12,1 ; 10,4) appartient à la droite (d).

Bonus 2 :

Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 2]$ dont l'expression en fonction de x est de la forme :

$$f(x)=ax^3+bx+c \text{ avec } a\in\mathbb{R}^*,\ b\in\mathbb{R},\ c\in\mathbb{R}.$$

1. Déterminer c sachant que la courbe de f passe par l'origine du repère.
2. Sachant que $f(1)=0$ et que le point D(2 ; 6) appartient à la courbe représentative de la fonction f, écrire un système de deux équations à deux inconnues dont a et b sont solutions.
3. Résoudre ce système. En déduire l'expression de la fonction f.