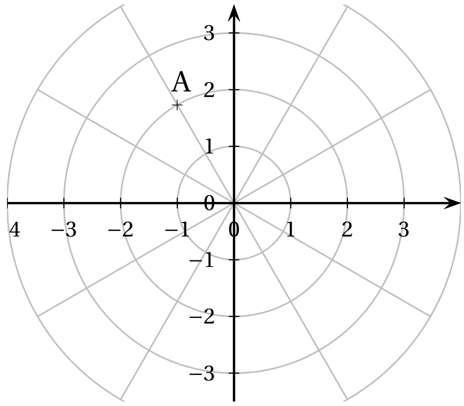
Entrainement 7 bis Bac STI2D

Exercice 1

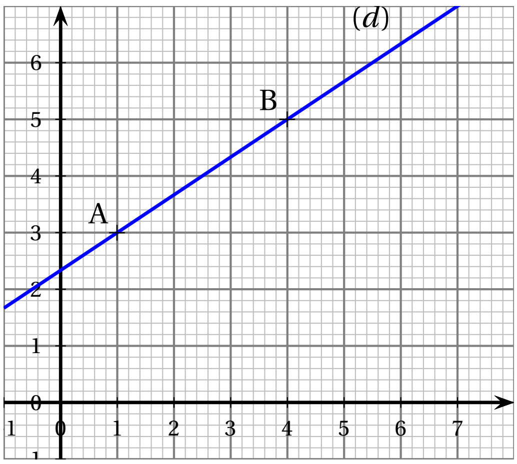
Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Dans le plan complexe ci-dessous, on a placé le point A d'affixe z_A.



   Proposition 1 : la forme algébrique de z_A est $z_A = -1 + 1,7\text{i}$.

2. Soit (d) la droite passant par les points A(1 ; 3) et B(4 ; 5).



   Proposition 2 : le point C(12,1 ; 10,4) appartient à la droite (d).

3. **Proposition 3** : pour tout nombre réel $x > 2$, on a

$$\ln\left(x^2 - 4\right) = \ln(x+2) + \ln(x-2).$$

4. **Proposition 4** :
   Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = -1 + \text{i}, \quad z_B = 4 + 2\text{i} \quad \text{et} \quad z_C = -4\text{i}.$$

   « Le triangle ABC est rectangle et isocèle.

5. **Proposition 5** : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - 6x + 1$.
   L'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3 est $y = 12x + 4$

Exercice 2

Une équipe de chercheurs japonais a découvert une bactérie nommée *Ideonella Sakaiensis* capable, sous certaines conditions, de digérer le plastique. Ces biologistes étudient l'évolution de la population des bactéries lors d'une mise en culture.

Partie A

Dans une cuve, les chercheurs ont introduit 3000 bactéries à l'instant $t = 0$.

On modélise par $f(t)$ le nombre de bactéries (exprimé en milliers) présentes dans la cuve à l'instant t (exprimé en heures).

Pendant les 48 premières heures, la vitesse d'accroissement de la population est proportionnelle au nombre de bactéries. On admet donc que f est solution, sur $[0;48]$, de l'équation différentielle :

$$(E)\ :\ y' = 0,02y \text{ où } y \text{ désigne une fonction de la variable } t.$$

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Que vaut $f(0)$? En déduire une expression de $f(t)$ sur $[0;48]$.
3. Au bout de combien de temps, le nombre de bactéries, aura-t-il doublé ? Arrondir le résultat au millième puis donner la réponse en heures et minutes.

Partie B

Passés les deux premiers jours, le nombre de bactéries présentes dans la cuve est modélisé par la suite (u_n) définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 7800 \\ u_{n+1} & = & 0,95u_n + 1500, \text{ pour tout entier naturel } n \end{array}\right.$$

où u_n correspond au nombre de bactéries présentes le n- jour après le deuxième jour de mise en culture.

1. Déterminer les valeurs de u_1 et u_2.
2. (a) Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le nombre de jours à partir duquel la population de bactéries dépasse 20000.

```
u ← 7800
n ← 0
Tant que ...
    u ← ...
    n ← ...
Fin Tant que
```

   (b) Après exécution de l'algorithme on obtient $n = 16$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3

Pour récupérer le plastique se trouvant dans les mers et les océans, un navire expérimental, s'inspirant de la forme des raies mantas, est en projet : le *Manta*. Son rôle serait de collecter les déchets plastiques flottant en surface.

Partie A

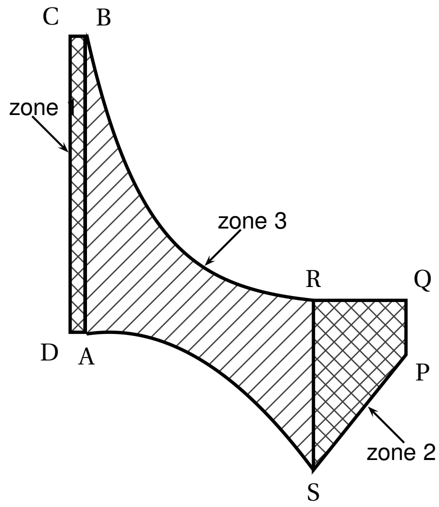
On considère qu'un navire comme le *Manta* serait capable de collecter 35 tonnes de déchets plastiques par jour.

1. Chaque année, 8 millions de tonnes de déchets plastiques sont déversés dans les mers et océans. Combien de navires comme le *Manta*, au minimum, faudrait-il pour collecter cette masse de déchets plastiques en un an ?
2. En 2025, il y aura environ 450 millions de tonnes de déchets plastiques dans les mers et océans. Avec une flotte de 700 navires comme le *Manta*, combien d'années faudrait-il, au minimum, pour collecter cette masse de déchets ?

Partie B

Le *Manta* est prévu pour produire lui-même l'énergie nécessaire à son fonctionnement, grâce entre autres, à des panneaux solaires.

Nous allons ici déterminer la surface de panneaux solaires sur un flanc du navire.



Le schéma ci-dessus représente la surface de panneaux solaires sur le flanc droit du navire.

On a partagé cette surface en 3 zones :

- la zone 1 : un rectangle ABCD, tel que AB = 35 m et BC = 2 m ;
- la zone 2 : un trapèze rectangle PQRS, tel que PQ = 6 m ; RQ = 7,2 m et RS = 18,7 m ;
- la zone 3, qui a été modélisée, et dont la surface, dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1 mètre correspond à la partie du plan limitée par :

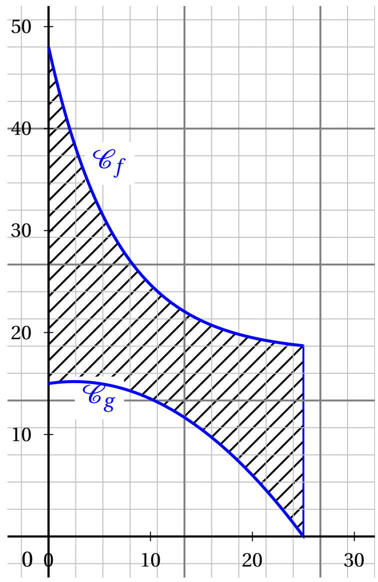
◦ les droites d'équations $x = 0$ et $x = 25$,

◦ la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur [0 ; 25] par
On admet que son aire est de 379,67 m^2. $f(x) =$

$30e^{-0,15x} + 18$,

◦ la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de la fonction g définie sur [0 ; 25] par

$$g(x) = -0,03x^2 + 0,15x + 15.$$



ZONE 3

Chaque question est indépendante.

1. Montrer que la fonction $F(x) = -200e^{-0,15x} + 18x$ est une primitive de f sur [0 ; 25].
2. Déterminer une primitive G de la fonction g sur [0 ; 25].
3. Étudier le sens de variations des fonctions f et g sur l'intervalle [0;25].
4. Déterminer la surface totale de panneaux solaires sur le flanc droit du navire.